Corrigé proposé par :
M. Afekir - École Royale de l'Air
CPGE Marrakech
cpgeafek@yahoo.fr

Première partie
Bilan thermique dans un capteur solaire plan

1.1. Préliminaires.

1.1.1.

Conduction thermique : C'est le transport d'énergie interne au sein de la matière sans convection, c'est à dire sans déplacement de la matière.

Convection thermique : C'est la transfert de chaleur entre un solide et un fluide. Ce transfert est déterminé par le mouvement des particules fluides (particules élémentaires du fluide).

Rayonnement thermique : C'est une forme particulière de transfert thermique correspondant au transfert d'énergie électromagnétique. Ce mode n'exige, donc, pas un support matériel ; il peut se produire même dans le vide (*Cf. ondes électromagnétique*).

1.1.2. Loi de déplacement de Wien.

1.1.3. Les températures mises en jeu dans le capteur sont de l'ordre de $300\,K$.

1.1.3.1.

$$\lambda_m T = 2898\,\mu m.K \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda_m = 9,66\,\mu m}$$

c'est le rayonnement infra-rouge.

1.1.3.2. La couverture absorbe intégralement tout le rayonnement émis par le corps à $T = 300\,K$ cas $\lambda_m = 9,66\,\mu m > 1\,\mu$.

1.1.4. Corps noir:

Un corps noir est un corps capable d'absorber intégralement tout rayonnement incident quelque soit la longueur d'onde et quelque soit la direction d'incidence.

1.1.5. Dans la loi de Stefan : $\phi = \sigma \times T^4$;

- ϕ est le flux (ou puissance thermique) *surfacique* émis par le corps noir.
- T est la température thermodynamique (absolue) de la surface du corps noir.

1.2. Bilan thermique global du capteur

1.2.1. Bilan :

$$\boxed{\phi_a = \phi_u + \phi_p} \qquad (1)$$

1.2.2.

$$\boxed{\phi_a = E.S}$$

1.2.3. puissance thermique utile

$$\boxed{\mathcal{P}_{th,u} = \phi_u = \frac{\delta m}{dt}(T_s - T_e) = D_m(T_s - T_e)}$$

En utilisant l'équation (1) traduisant le bilan de puissance, on en déduit :

$$\boxed{E.S = D_m C_m (T_s - T_e) + \phi_p}$$

1.3. Estimation des pertes thermiques du capteur

1.3.1. Pertes par convection-conduction.

1.3.1.1. Loi de Fourier: Relation linéaire reliant, en tout point M d'un milieu conducteur thermique de conductivité $\lambda_{th}(M)$), le vecteur densité de courant thermique $\overrightarrow{j}_{th}(M,t)$ et le gradient du champ de température $T(M,t)$.

$$\boxed{\overrightarrow{j}_{th}(M,t) = -\lambda_{th}(M)\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}T(M,t)}$$

$\lambda_{th}(M)$ désigne la conductivité thermique en un point M du milieu.

1.3.1.2. Si on suppose que les températures T_{pm} de la paroi et T_s de la surface sont uniformes , on peut écrire :

$$\boxed{\phi_{c,p-c} = \iint_S \overrightarrow{j}_{th}(M,t)\cdot\overrightarrow{dS} = \iint_S -\lambda\frac{dT}{dx} \approx \lambda\frac{S}{d}(T_{pm} - T_c)}$$

1.3.1.3. le flux thermique $\phi_{c,p-c}$ échangé, par conduction, entre la paroi et la couverture peut s'écrire :

$$\phi_{c,p-c} \simeq h_{c,p-c}(T_{pm} - T_c).S$$

avec

$$\boxed{h_{c,p-c} = \frac{\lambda}{d}}$$

1.3.1.4. Application numérique:

$$\boxed{h_{c,p-c} = 1,25\,W.m^{-2}.K^{-1}}$$

1.3.1.5. Le flux $\phi_{c,c-a}$ échangé par convection-conduction entre la couverture et l'air extérieur sécrit :

$$\boxed{\phi_{c,c-a} \simeq h_{c,c-a}(T_c - T_a).S}$$

1.3.2. Pertes par rayonnement.

1.3.2.1. Le flux $\phi_{r,p-c}$ échangé par *rayonnement* entre la paroi absorbante et la couverture transparente :

$$\boxed{\phi_{r,p-c} = \phi_{\text{émis}} - \phi_{\text{absorbé}} = \sigma S T_{pm}^4 - \sigma S T_c^4 = \sigma\, S\left(T_{pm}^4 - T_c^4\right)}$$

1.3.2.2. Les températures de la paroi absorbante et de la couverture transparente sont assez proches et l'écart $(T_{pm} - T_c)$ est nettement inférieur à T_{pm} et à T_c, soit :

$$\begin{aligned}
\phi_{r,p-c} &= \sigma\, S\left(T_{pm}^4 - T_c^4\right) \\
&= \sigma\, S\left(T_{pm}^4 - T_c^4\right) \\
&= \sigma\, S\underbrace{\left(T_{pm}^2 + T_c^2\right)}_{\approx 2T_{pm}^2}\underbrace{\left(T_{pm} + T_c\right)}_{\approx 2T_{pm}}\left(T_{pm} - T_c\right) \\
&= 4T_{pm}^3\sigma\, S\left(T_{pm} - T_c\right)
\end{aligned}$$

Soit :

$$\phi_{r,p-c} \simeq h_{r,p-c}(T_{pm} - T_c).S$$

avec

$$\boxed{h_{r,p-c} = 4T_{pm}^3\sigma}$$

1.3.2.3.

$$\epsilon_a = 1 - 0,261\exp\left(-7,77.10^{-4}(T_a - 373)^2\right)$$

Application numérique : $T_a = 280\,K \quad \Rightarrow \quad \boxed{\epsilon_a = 0,75}$.

1.3.2.4. Le flux $\phi_{r,c-a}$ échangé par *rayonnement* entre la couverture transparente et l'air extérieur :

$$\boxed{\phi_{r,c-a} = \phi_{\text{émis}} - \phi_{\text{absorbé}} = \sigma S T_c^4 - \epsilon_a \sigma S T_a^4 = \sigma\, S\left(T_c^4 - \epsilon_a T_a^4\right)}$$

1.3.2.5.

$$\begin{aligned}
\phi_{r,c-a} &= \sigma\, S\left(T_c^4 - \epsilon_a T_a^4\right) \\
&= \sigma\, S\left[T_c^4 - T_a^4 + T_a^4\left(1 - \epsilon_a\right)\right] \\
&= \sigma\, S\left(T_c^4 - T_a^4\right) + \sigma\, S T_a^4\left(1 - \epsilon_a\right) \\
&= 4\sigma\, S T_a^3\left(T_c - T_a\right) + \sigma\, S T_a^4\left(1 - \epsilon_a\right) \\
&= 4\sigma\, S T_a^3\left(T_c - T_a\right)\left(1 + \frac{T_a}{4}\frac{1 - \epsilon_a}{T_c - T_a}\right)
\end{aligned}$$

Le flux $\phi_{r,c-a}$ pourra s'écrire sous la forme :

$$\phi_{r,c-a} \simeq h_{r,c_a}(T_c - T_a).S$$

avec

$$\boxed{h_{r,c-a} = 4T_a^3\sigma\left(1 + \frac{T_a}{4}\frac{1 - \epsilon_a}{T_c - T_a}\right) = h_0\left(1 + \frac{T_a}{4}\frac{1 - \epsilon_a}{T_c - T_a}\right)} \qquad (2)$$

1.3.3. Flux total perdu

1.3.3.1.

$$\boxed{\phi_p = \phi_{c,p-c} + \phi_{r,p-c} = (h_{c,p-c} + h_{r,p-c})(T_{pm} - T_c).S}$$

.

1.3.3.2. Bilan thermique de la couverture transparente :

$$\boxed{\phi_{c,p-c} + \phi_{r,p-c} = \phi_{c,c-a} + \phi_{r,c-a} = \phi_p} \qquad (3)$$

1.3.3.3. Le bilan précédent (3) , en remplaçant chaque terme par son expression, s'écrit :

$$h_{c,p-c}(T_{pm}-T_c).S + h_{r,p-c}(T_{pm}-T_c).S = h_{r,c-a}(T_c-T_a).S + h_{c,c-a}(T_c-T_a).S$$

soit, en utilisant l'expression (2) de $h_{r,c-a}$:

$$\begin{aligned}(h_{c,p-c}+h_{r,p-c})(T_{pm}-T_c) &= (T_c-T_a)h_0\left(1+\frac{T_a}{4}\frac{1-\epsilon_a}{T_c-T_a}\right)+h_{c,c-a}(T_c-T_a)\\ &= (T_c-T_a)(h_0+h_{c,c-a})+h_0\frac{T_a}{4}(1-\epsilon_a)\\ &= (T_c-T_a)(h_0+h_{c,c-a})+\sigma,T_a^4(1-\epsilon_a)\end{aligned}$$

On en déduit :

$$\boxed{T_c = \frac{(h_0+h_{c,c-a})T_a+(h_{r,p-c}+h_{c,p-c})T_{pm}-\sigma T_a^4(1-\epsilon_a)}{h_0+h_{c,p-c}+h_{r,p-c}+h_{c,c_a}}}$$

1.3.3.4. On remplace T_c dans l'expression du flux thermique perdu ϕ_p :

$$\begin{aligned}\phi_p &= (h_{c,p-c}+h_{r,p-c})(T_{pm}-T_c).S\\ &= (h_{c,p-c}+h_{r,p-c})\,S\,\frac{(h_0+h_{c,c-a})(T_{pm}-T_a)+\sigma T_a^4(1-\epsilon_a)}{h_0+h_{c,p-c}+h_{r,p-c}+h_{c,c_a}}\\ &= h_p(T_{pm}-T_a)\quad \text{pour}\quad \epsilon_a=1\quad \text{et, donc,}\quad h_0=h_{r,c-a}\end{aligned}$$

D'où :

$$\boxed{h_p = \frac{(h_{c,p-c}+h_{r,p-c})(h_{r,c-a}+h_{c,c-a})}{h_{r,c-a}+h_{c,p-c}+h_{r,p-c}+h_{c,c_a}}}$$

Deuxième partie
Conditions de fonctionnement d'un capteur solaire

On se place ici dans le cas de figure où l'on dispose d'un capteur solaire plan dont on connaît les dimensions et les propriétés thermiques des différents éléments constitutifs. Le problème est de déterminer son rendement η dans des conditions météorologiques données. Les inconnues du problème sont : T_{pm} , T_c , h_p et η.

On s'intéresse à la récupération directe de l'eau chaude sanitaire du capteur avec un débit massique D_m de 5 litres par minute et on prendra dans cette partie : $\ell = 1\,m$ et $L = 10\,m$.

2.1. Profil de température dans le sens de l'écoulement du fluide.

2.1.1.

- La puissance absorbée par l'élément de surface $dS = \ell\,dx$ du capteur :

$$\boxed{d\phi_a = E\,dS = E\,\ell\,dx}$$

- La puissance perdue par l'élément de surface $dS = \ell\,dx$ du capteur :

$$\boxed{d\phi_p = h_p(T(x)-T_a)\,\ell\,dx}$$

2.1.2. La puissance utile $d\phi_u$ transmise au fluide lors de son passage dans la tranche du capteur située entre x et $x+dx$:

$$\boxed{d\phi_u = D_m C_m \left(T(x+dx) - T(x)\right) = D_m C_m \frac{dT(x)}{dx}\, dx}$$

2.1.3. Le bilan thermique sur la portion de fluide située entre x et $x+dx$ se traduit par :

$$d\phi_a = d\phi_u + d\phi_p$$

soit :

$$E\,\ell\, dx = D_m C_m \frac{dT(x)}{dx}\, dx + h_p(T(x) - T_a)\,\ell\, dx$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{dT(x)}{dx} + \frac{h_p \ell}{D_m C_m}\left(T(x) - T_a\right) = \frac{E\ell}{D_m C_m}}$$

2.1.4. Profil de température $T(x)$:

Solution de l'équation :

$$T(x) - T_a = A \exp -\frac{x}{\delta} + \frac{E}{h_p} \qquad \text{avec} \qquad \delta = \frac{D_m C_m}{\ell h_p}$$

δ est une longueur caractéristique de l'évolution de $T(x)$ et A une constante d'intégration dépendante des conditions au limite.

Conditions au limite :

$T(x=0) = T_e \qquad \Rightarrow \qquad A = T_e - T_a - \dfrac{E}{h_p}$. Soit :

$$\boxed{T(x) = \left(T_e - T_a - \frac{E}{h_p}\right) \exp - \left(\frac{x}{\delta}\right) + \frac{E}{h_p} + T_a}$$

2.1.5. Température moyenne

$$\begin{aligned} T_{moy} &= \frac{1}{L}\int_0^L T(x)\, dx \\ &= \frac{1}{L}\int_0^L \left[\left(T_e - T_a - \frac{E}{h_p}\right)\exp - \left(\frac{x}{\delta}\right) + \frac{E}{h_p} + T_a\right] dx \end{aligned}$$

soit : $$\boxed{T_{moy} = \frac{E}{h_p} + T_a + \frac{D_m C_m}{L\ell h_p}\left(T_e - T_a - \frac{E}{h_p}\right)\left[1 - \exp - \left(\frac{\ell h_p}{D_m C_m} x\right)\right]}$$

2.1.6. Température de sortie

$$\boxed{T_s = T(x=L) = T_a + \frac{E}{h_p} + \left(T_e - T_a - \frac{E}{h_p}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{L}{\delta}\right)\right]}$$

2.2. Calcul du rendement global

2.2.1. Applications numériques

$$\begin{aligned} h_{r,p-c} &= 6,12\, W.m^{-2}K^{-1} \\ h_0 &= 4,98\, W.m^{-2}K^{-1} \\ h_{c,c-a} &= 10,0\, W.m^{-2}K^{-1} \\ h_{c,p-c} &= 1,25\, W.m^{-2}K^{-1} \\ h_{r,c-a} &= 37,6\, W.m^{-2}K^{-1} \\ h_p &= 6,38\, W.m^{-2}K^{-1} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_c = 283\, K}$$

Concours National Commun — PHYSIQUE I —Filière : MP

2.2.2. Applications numériques

$$\delta = 54,8\,m \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{T_s = 309\,K}$$

2.2.3. Rendement du capteur

2.2.3.1.

$$\boxed{\eta = \frac{\phi_u}{ES} = \frac{D_m C_m}{ES}(T_s - T_e)}$$

2.2.3.2. Application numérique

$$\boxed{\eta = 84\,{}^o/_o}$$

2.3. Autres grandeurs caractéristiques

2.3.1. Rayonnement de seuil

2.3.1.1. Le fluide reçoit de l'énergie thermique tant que $T_s > T_e$, soit :

$$T_a + \frac{E}{h_p} + \left(T_e - T_a - \frac{E}{h_p}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{L}{\delta}\right)\right] > T_e \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E > E_s = h_p(T_e - T_a)}$$

Application numérique : $\boxed{E_s = 75\,W.m^{-2}.K^{-1}}$

2.3.1.2. Plus E_s est faible, plus le capteur est performant !

2.3.2. Température limite

2.3.2.1.

$$\boxed{T_{pl} = T(\delta \to 0) = \frac{E}{h_p} + T_a}$$

2.3.2.2. Application numérique : $\boxed{T_{pl} = 413\,K}$

2.4. Cas d'un capteur sans vitre

2.4.1. En l'absence de la couverture, le flux thermique perdu par la paroi :

$$\phi_p = (h_r + h_c)(T_{pm} - T_a)\,S = h_p(T_{pm} - T_a)\,S \qquad \text{tel que} \qquad , \boxed{h_p = h_r + h_c,}$$

2.4.2. Application numérique : $\boxed{h_p = 20,1\,W.m^{-2}.K^{-1}}$

2.4.3. La nouvelle température à la sortie :

$$T_s = T(x = L) = T_a + \frac{E}{h_p} + \left(T_e - T_a - \frac{E}{h_p}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{L}{\delta}\right)\right]$$

La nouvelle valeur de δ, pour $h_p = 20,1\,W.m^{-2}.K^{-1}$, est $\delta = 17,4\,m$, soit :

$$\boxed{T_s = 303\,K}$$

$T_{s,\text{en absence de la couverture}} < T_{s,\text{en présence de la couverture}}$: c'est l'effet de *serre* en présence de la couverture !

2.4.4. pour $h_p = 20,1\,W.m^{-2}.K^{-1}$, la nouvelle valeur du rendement :

$$\boxed{\eta_{\text{en absence de la couverture}} = 56,9\,{}^o/_o}$$

Cette valeur est très inférieure à la valeur précédente ($\eta_{\text{en présence de la couverture}} = 84\,{}^o/_o$). Le système est, par conséquent, *moins éfficace* qu'en présence de la couverture.

Troisième partie
Production d'énergie électrique par l'effet photovoltaique

3.1. Le montage permet de mesurer directement la tension U et indirectement l'intensité du courant I par l'intermédiaire de la loi d'Ohm : $U = RI$. La mesure de U est, donc, suffisante pour établir la caractéristique $I = \mathrm{f}(U)$.

3.2. La puissance électrique : $\mathcal{P} = U \times I$

- $E_1 = 800\,W.m^{-2}$ (éclairement solaire maximal)

$R(\Omega)$	∞	80	40	20	15	10	5	3	2	0,5
$U_1(V)$	24,5	24,3	24,25	24	23,8	23,5	22	17,9	14,2	3,54
$I_1(V)$	0	0,30	0,61	1,20	1,59	2,35	4,40	5,97	7,10	7,08
$\mathcal{P}_1(V)$	0	7,4	14,7	28,8	37,8	55,2	96,8	106,8	100,8	25,1

- $E_2 = 200\,W.m^{-2}$ (ciel voilé)

$R(\Omega)$	∞	80	40	20	15	10	5	3	2	0,5
$U_2(V)$	21	20,6	20,1	19	18	15,4	8,6	5,3	3,5	0,88
$I_2(V)$	0	0,26	0,50	0,95	1,20	1,54	1,72	1,77	1,75	1,76
$\mathcal{P}_2(V)$	0	5,3	10,1	18,1	21,6	23,7	14,8	9,4	6,1	1,5

- $E_3 = 100\,W.m^{-2}$ (ciel gris)

$R(\Omega)$	∞	80	40	20	15	10	5	3	2	0,5
$U_3(V)$	19,2	18,5	17,5	14,8	12,5	8,9	4,3	2,64	1,8	0,45
$I_3(A)$	0	0,23	0,44	0,74	0,83	0,89	0,86	0,88	0,90	0,90
$\mathcal{P}_3(V)$	0	4,3	7,7	11,0	10,4	7,9	3,7	2,3	1,6	0,4

Tableau des résultats :

$E_1 = 800\,W.m^{-2}$	$U_{max} = 17,9\,V$	$I_{max} = 5,97\,A$	$\mathcal{P}_{max} = 106,8\,W$
$E_2 = 200\,W.m^{-2}$	$U_{max} = 15,4\,V$	$I_{max} = 1,54\,A$	$\mathcal{P}_{max} = 23,7\,W$
$E_3 = 100\,W.m^{-2}$	$U_{max} = 14,8\,V$	$I_{max} = 0,74\,A$	$\mathcal{P}_{max} = 11,0\,W$

3.3. Les caractéristiques expérimentales sont bien modélisées par la fonction :

$$I = I_o\left(\exp\left(\frac{U}{U_o}\right) - 1\right) + A.E$$

3.3.1. Les courants I_{cc} de court-circuit correspondent à $U = 0$; soit $I_{cc} = A.E$. Résultats :

–	E_1	E_2	E_3
$I_{cc}\,(A)$	7,2	1,8	0,9
$A\,(V^{-1}.m^2)$	9×10^{-3}	9×10^{-3}	9×10^{-3}

$$\boxed{A = 9 \times 10^{-3}}$$

3.3.2.

–	E_1	E_2	E_3
$U_{cc}\,(V)$	24,3	20,7	19,3

$$\boxed{U_o = 2,5\,V \quad \text{et} \quad I_o = -4 \times 10^{-2}\,A}$$

3.4. Branchement sur une charge

3.4.1.

3.4.1.1. On peur déterminer, analytiquement, la tension aux bornes du ventilateur et l'intensité du courant qui le traverse. Soient : $I_v \simeq 1,10\,A$ et $U_v \simeq 24,1\,V$.

3.4.1.2. .

La puissance $\mathcal{P}_v$ reçue par le ventilateur :

$$\boxed{\mathcal{P}_v = U_v \times I_v \simeq 29,2\,W}$$

Le rendement du panneau solaire :

$$\boxed{\eta = \frac{\mathcal{P}_v}{E_1\,S} = 4\,{}^o/_o}$$

3.4.2.

3.4.2.1.

- $fem = 12\,V$: désigne la force électromotrice de la batterie.
- $r = 1\,\Omega$: désigne la résistance interne de la batterie.

3.4.2.2. Au début, la batterie est complètement *déchargée* : $fem = 0$; $U = r_o\,I = 22\,I$.
! !

3.4.2.3. $8\,Ah$ est la quantité Q d'électricité débitée par la batterie pendant une heure !

3.4.2.4. **temps de charge**

$$\tau \simeq \frac{Q}{I_f} = !!!!!!$$

3.5. Associations de panneaux solaires

3.5.1.

3.5.2. Quelle est la puissance maximale théorique disponible de cette centrale ? Déterminer alors le rendement de la centrale. Commenter.

3.5.3. Quelle est la résistance qui permet d'utiliser cette puissance, c'est- à-dire qui optimise le fonctionnement ? La comparer à celle d'une cellule élémentaire de $1\,m^2$.